Brevet des collèges Polynésie 27 juin 2024

Durée : 2 heures

L'annexe est à rendre avec la copie.

Indications portant sur *l'ensemble du sujet*
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 — 20 points

1. ABC est un triangle tel que AB = 20 cm, BC = 21 cm et AC = 29 cm.

   • On a $AB^2 = 20^2 = 400$ et $BC^2 = 21^2 = 441$. D'où $AB^2 + BC^2 = 400 + 441 = 841$.

   D'autre part : $AC^2 = 29^2 = (30-1)^2 = 30^2 - 2\times 30 + 1 = 900 - 60 + 1 = 840 + 1 = 841$.

   On a donc $400 + 441 = 841$, soit $AB^2 + BC^2 = AC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore la triangle ABC est rectangle en B.

   • Variante avec identité mais sans calculette :

   $AC^2 - BC^2 = 29^2 - 21^2 = (29+21)(29-21) = 50 \times 8 = 400 = 20^2 = AC^2$, d'où : $AC^2 - BC^2 = AC^2$ soit $AC^2 = BC^2 + AC^2$ …

   • Semblable mais plus technique : $AC^2 - AB^2 = 29^2 - 20^2 = (29+20)(29-20) = 49 \times 9 = 7^2 \times 3^2 = (7\times 3)^2 = 21^2 = BC^2$, d'où : $AC^2 - AB^2 = BC^2$ soit $AC^2 = BC^2 + AC^2$ …

2. La droite représente une fonction affine $x \longmapsto ax + b$, avec $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$.

   • l'ordonnée à l'origine est égale à $b = 1$;

   • le coefficient directeur de la droite est égal à $\dfrac{1}{2} = a$.

   Conclusion $x \longmapsto f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$.

3. Comme $\overrightarrow{OE} = -2\overrightarrow{OC}$ la transformation est l'homothétie de centre O et de rapport -2

4. On a le tableau de proportionnalité suivant :

ananas	passion	citron	cocktail
10	6	2	$10+6+2 = 18$
	6×5		$90 = 18 \times 5$

   On passe donc de la ligne 2 à la ligne 3 en multipliant par 5, d'où $5 \times 6 = 30$ (cL) de jus de fruit de la passion.

5. • $408 = 4 \times 102 = 4 \times 2 \times 51 = 8 \times 3 \times 17$;

• $168 = 8 \times 21 = 8 \times 3 \times 7$.

Donc $408 = 24 \times 17$ et $168 = 24 \times 7$.

On peut donc faire au maximum 24 sacs identiques contenant chacun 17 pommes et 7 poires.

Exercice 2 — 17 points

1. 4 éditions (5 en comptant Tokyo) ont eu un coût réel supérieur ou égal à 10 milliards d'euros

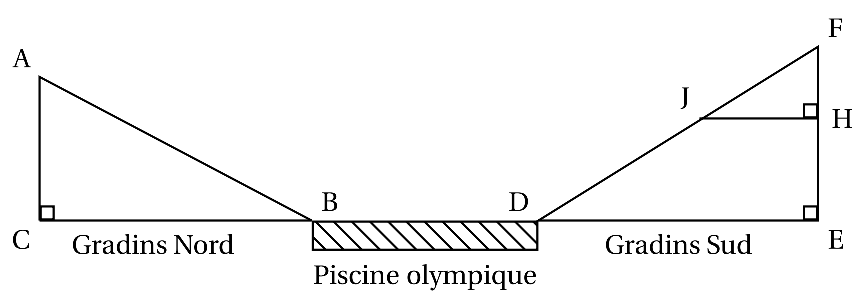
2. Le pourcentage d'augmentation entre le coût prévisionnel et le coût réel lors de l'édition des JO de Rio de Janeiro 2016 est égal à : $\dfrac{16,5-9}{9} \times 100 \approx 83,3\,\%$ soit environ 83 % à l'unité près.

3. Moyenne du coût réel de 1992 à 2021 :
$\dfrac{9,3+2,3+5,5+10+31+11+16,5+12,1}{8} = \dfrac{97,7}{8} = 12,2125$, soit 12,2 au dixième de milliard près.

4. **a.** Le journaliste confond moyenne et médiane.

b. En prenant en compte les budgets prévisionnels depuis (et non entre) 1992 jusqu'à 2024 et en nommant p le coût prévisionnel des JOP(aris), on a donc pour calcul de la moyenne :
$\dfrac{3,5+1,8+3+5,3+2,6+4,8+9+13+p}{9} = 5,5$, d'où :
$\dfrac{43,0+p}{9} = 5,5$ puis $43+p = 9 \times 5,5$ et $p = 9 \times 5,5 - 43 = 6,5$ (milliards d'euros).

Exercice 3 — 22 points



1. **a.** Dans le triangle ABC rectangle en C, le théorème de Pythagore permet d'obtenir : $AB^2 = AC^2 + CB^2 = 15^2 + 27^2 = 225 + 729 = 954$, d'où $QB = \sqrt{954} = \sqrt{9 \times 106} = \sqrt{6} \times \sqrt{106} = 3\sqrt{6} \approx 30,9$ (m) soit 31 (m) au mètre près.

b. D'après la figure les droites (JH) et (DE) toutes deux perpendiculaires à la droite (EF) sont parallèles.

Avec l'alignement respectif des points F, J D d'une part et F, H et E de l'autre nous avons don une configuration de Thalès qui permet d'écrire en particulier : $\dfrac{\text{FJ}}{\text{FD}} = \dfrac{\text{FH}}{\text{FE}}$ ou encore $\dfrac{15}{\text{FD}} = \dfrac{7}{18}$ d'où $15 \times 18 = 7\text{FD} \iff \text{FD} : \dfrac{15 \times 18}{7}$.

On en déduit que JD = FD−FJ, soit $\text{JD} = \dfrac{15 \times 18}{7} - 15 = \dfrac{15 \times 18 - 15 \times 7}{7} = \dfrac{15 \times, 11}{7} \approx 23,6$, soit environ 24 (m).

c. Jules est donc le plus proche de la piscine.

2. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a : $\tan\widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{BC}} = \dfrac{15}{27} = \dfrac{5}{9}$.

La calculatrice donne $\widehat{\text{ABC}} \approx 29,1 < 35$: la norme est respectée

3. Un panneau a une aire de 1,7 m^2, donc $\dfrac{4\,678,4}{1,7} = 2\,752$ est le nombre de panneaux.

Ces 2 752 panneaux produiront $2\,752 \times 350 = 963\,200$ (kWh) par an.

4. Le volume d'eau dans la piscine est : $50 \times 25 \times 3 = 1\,250 \times 3 = 3\,750\ \left(\text{m}^3\right)$.

Chaque m^3 d'eau nécessitant 9,3 kWh, il faudra pour chauffer la piscine :

$$3\,750 \times 9,3 = 34\,875 \text{ (kWh)}.$$

Exercice 4 — 18 points

1. Voir l'annexe.

2. Il y a 2 issues 15 sur un total de 6, soit une probabilité de $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

3. Les sorties multiples de 3 sont 6, 9, 15 et 15, donc la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est égale à $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$. L'affirmation est vraie.

4. On a $165 = 15 \times 11 = 3 \times 5 \times 11$: le nombre tiré dans la troisième boîte est donc 11 puisqu'il n'est pas dans les deux premières ;

$78 = 6 \times 13 = 2 \times 13$: le nombre tiré dans la troisième boîte est donc 13 puisqu'il n'est pas dans les deux premières.

Il y a donc dans la troisième boîte deux boules marquées 11 et 13.

Exercice 5 — 23 points

$$f(x) = (x+2)^2 - x \quad \text{et} \quad g(x) = 7x + 4.$$

Partie A

1. $f(-4) = (-4+2)^2 - (-4) = 4+4 = 8$.

2. Il faut trouver x tel que $g(x) = 7x+4 = 3$ ou $7x = -1$ et $x = -\dfrac{1}{7}$.

Donc $g\left(-\dfrac{1}{7}\right) = 3$.

Partie B

Trois élèves, Paul, Jane et Morgane, cherchent à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ par trois méthodes différentes.

1. Il calcule ainsi les images des entiers compris entre -3 et 3 par les fonctions f et g.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	4	2	2	4	8	14	22
3	$g(x)$	-17	-10	-3	4	11	18	25

a. Il a écrit en B3 : =7*B1+4

b. Sur cette partie du tableur il voit que les images par f et g sont les mêmes (4) pour $x = 0$.

2. **a.** Voir le script dans l'annexe

b. Réponse : le nombre choisi est :une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

c. On retrouve que 4 est une solution de l'équation.

3. **a.** On a $f(x) = g(x)$ si et seulement si $(x+2)^2 - x = 7x+4$ ou en développant :
$x^2+4x+4-x = 7x+4$ ou encore $x^2-4x = 0$

b. On a $x^2-4x = x(x-4)$

c. D'après le résultat précédent l'équation $x^2-4x = 0$ s'écrit
$x(x-4) = 0$. Or le produit est nul si l'un des deux facteurs est nul soit :
$\left\{\begin{array}{l c l} x & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ x-4 & = & 0 \end{array}\right.$ soit finalement $\left\{\begin{array}{l c l} x & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ x & = & 4 \end{array}\right.$
L'équation a deux solutions : 0 et 4.

4. • Paul n'a pas trouvé toutes les solutions puisqu'il n'a cherché les solutions que parmi ceux qui sont entiers, de -3 à 3.

• Jane a trouvé la solution 4 mais pas la solution 0 : elle n'aura jamais la certitude d'avoir trouvé toutes les solutions puisqu'il lui est impossible d'introduite dans le programme tous les normes entiers.

• Morgane est certaine d'avoir trouvé toutes les solutions puisqu'elle a cherché dans $\mathbb{Z}$ les nombres solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

ANNEXE

(à rendre avec la copie)

Exercice 4, question 1.

1$^{\text{er}}$ tirage \ 2$^{\text{e}}$ tirage	3	5
5	15	25
2	6	10
3	9	15

Exercice 5, question 2. a.

```
Ligne 1  quand [drapeau] est cliqué
Ligne 2  demander (Choisir un nombre) et attendre
Ligne 3  mettre [image par f] à (((réponse) + (2)) * ((réponse) + (2))) - (réponse)
Ligne 4  mettre [image par g] à ((7) * (réponse)) + (4)
Ligne 5  si image par f =image par g alors
Ligne 6      dire (le nombre choisi est une solution de f(x)=g(x)) pendant (2) secondes
Ligne 7  sinon
Ligne 8      dire (le nombre choisi n'est pas une solution de f(x)=g(x)) pendant (2) secondes
```