Racine d'un polynôme du second degré

Discriminant et racine

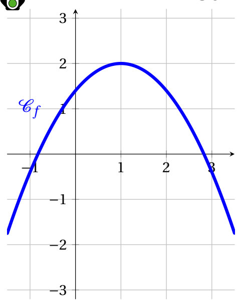
Exercice 1 Pour chaque trinôme ci-dessous, calculer le discriminant Δ

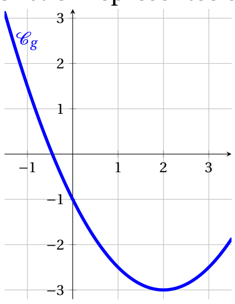
1. x^2+4x+5
2. $2x^2-x-6$
3. $-2x^2-4x-7$
4. $-x^2+2x+3$

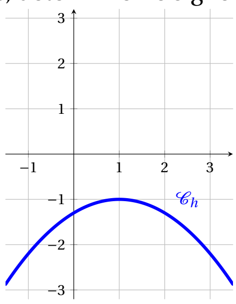
Exercice 2 Déterminer le nombre de solution réelles de chaque équation ci-dessous.

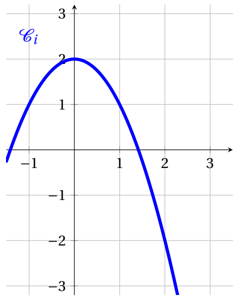
1. $x^2+3x+2=0$
2. $2x^2-5x+7=0$
3. $-\dfrac{1}{3}x^2+2x-3=0$
4. $2x^2+7x+11=0$

Exercice 3 Pour chaque fonction représentée ci dessous, déterminer le signe de Δ.









Exercice 4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1. $3x^2-9x-12=0$
2. $2x^2+5x+7=0$
3. $2x^2-2x+\dfrac{1}{2}=0$

Exercice 5 Déterminer, si elles existent, les racines des trinômes suivants :

1. $f(x)=-2x^2+3x-4$
2. $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2-4x+8$
3. $h(x)=-x^2-2x+35$

Exercice 6 Déterminer deux nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 4141

Exercice 7 Résoudre les équations suivantes :

1. $\dfrac{5x^2-12,5x-7,5}{3-x}=0$
2. $\dfrac{x+20}{10}=\dfrac{10}{x}$

Exercice 8 On considère le programme de calcul suivant :

```
a=eval(input(("Choisir un nombre"))
b=a**2
c=b+2*a
d=c-8
print("Le resultat est ",d)
```

1. Si on choisit le nombre 5, quel nombre obtient-on ?
2. Pour quel nombre de départ obtient on 91 ?

Exercice 9 Trouver deux entiers dont la somme est égale à 40 et le produit à 375

Exercice 10 Soit ABCD un carré de coté xcm et BEC un triangle isocèle en E de hauteur $2cm$.
On note $A(x)$ l'aire du polygone ABECD en cm^2.

1. Faire un dessin représentant le situation.
2. Quelles valeurs peut prendre x ?
3. Déterminer l'expression de $A(x)$ en fonction de x.
4. Quelle est la valeur de $A(x)$ si x est égal à 5 ?
5. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $A(x)=24,75$?

Exercice 11 On considère l'équation $(m+8)x^2+mx+1=0$. Pour quelles valeurs de m cette équation admet-elle une unique solution ?

Exercice 12

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. On veut résoudre l'équation $f(x) = 0$.
   a. Vérifier que 1 est solution de l'équation $f(x) = 0$.
   b. Montrer que l'on peut écrire $f(x)$ sous la forme $(x-1)(ax^2 + bx + c)$ en développant et en identifiant les coefficients. On donnera les valeurs de a, b, et c.
   c. Résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$
   d. En déduire toutes les solutions de $f(x) = 0$, et la forme factorisée de f.
2. On souhaite maintenant résoudre l'équation $2x^3 - 20x^2 - 618x + 1980 = 0$.
   a. Vérifier que 3 est solution, puis écrire le premier terme de l'équation sous la forme $(x-3) \times g(x)$, avec $g(x)$ un polynôme de degré 2.
   b. En déduire toutes les solutions de l'équation.

Propriétés des racines

Exercice 13 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$.

1. Calculer le discriminant Δ.
2. Vérifier que $\Delta > 0$, et en déduire les nombre de racines de f.
3. Sans calculer les racines, déterminer leur somme et leur produit.

Exercice 14 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 4x - 1$.

1. Combien de racines f admet-elle ?
2. Vérifier que $f(1) = 0$.
3. En utilisant la somme ou le produit des racines, déterminer toutes les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Résolution d'inéquations et signes

Exercice 15 Dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

1. $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$.
2. $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$.
3. $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$.

Exercice 16 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $5x^2 - 50,5x + 5 < 0$
2. $x^2 + x + 1 > 0$
3. $3x^2 - 4x + \dfrac{4}{3} \leqslant 0$
4. $-2x^2 + 3x - 6 < 0$

Problèmes

Exercice 17 Une entreprise produit entre 0 et 50 balançoire par jour.
Le cout de fabrication de x balançoires, en euros, est donné par la fonction suivante : $f(x) = x^2 + 230x + 325$
Chaque balançoire est vendue 300€, et toute la production est vendue.

1. Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par l'entreprise en fonction de x.
2. Étudier le variations de la fonction B.
3. En déduire le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.
4. Combien de balançoire l'entreprise doit-elle produire et vendre pour être rentable ?

Exercice 18 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 27$

1. Déterminer la forme canonique de f, en utilisant les identités remarquables.
2. Déterminer la forme factorisée de f, en utilisant les identités remarquables.
3. En utilisant la forme adaptée, résoudre :
   a. $f(x) = 0$ **b.** $f(x) = -27$ **c.** $f(x) = -36$
4. Soit g le fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^2 - \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2}$.
   a. Vérifier que 1 est racine de g.
   b. En utilisant la somme et le produit des racines, déterminer la valeur de l'autre racine de g.
5. Résoudre $f(x) < g(x)$