Étude d'une suite numérique

Sens de variation d'une suite

Exercice 1 En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$, étudier les variations des suites (u_n), définies pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. $u_n = n^2 + 2n$
2. $u_n = \dfrac{4}{n+1}$
3. $u_n = -5^n$

Exercice 2 En comparant $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ avec 1, étudier les variations des suites (u_n), définies pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. $u_n = 7 \times 0,5^n$
2. $u_n = 4 \times 9^n$

Exercice 3 Soit (u_n) la suite définie pour tout entier $n \geqslant 1$ par $u_n = \dfrac{2^n}{n}$

1. Calculer $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$
2. Résoudre l'inéquation $\dfrac{2n}{n+1} > 1$
3. En déduire les variations de la suite (u_n).

Exercice 4 Étudier les variations des suites ci-dessous.

1. u_n définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = u_n + \sqrt{n}$
2. v_n définie par $v_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_{n+1} = \dfrac{3}{v_n}$

Exercice 5 Étudier les variations des suites suivantes.

1. u_n définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = 2n^2 - 3n + 1$
2. v_n définie par $v_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = \dfrac{3^n}{2^{n+1}}$

Exercice 6 Étudier les variations de la suite (u_n) définie par $u_n = n^3 - n^2 + n$

Exercice 7 Étudier les variations de la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{n-3}{2n+1}$

Exercice 8 Soit (u_n) la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = 3 \times 2^n$.

1. Étudier les variations de la suite (u_n).
2. A l'aide de la calculatrice, déterminer le premier entier n tel que :

   a. $u_n > 1000$ **b.** $u_n > 10000$ **c.** $u_n > 100000$

Limite d'une suite

Exercice 9 Conjecturer, si elle existe, la limite des suites dont certaines valeurs sont données ci-dessous.

1. $u_1 = -1$, $u_{10} = -20$, $u_{100} = -400$, $u_{1000} = -5000$
2. $v_1 = 3$, $v_{10} = -2$, $u_{100} = 3$, $u_{1000} = -2$
3. $v_1 = -1$, $v_{10} = -1,95$, $u_{100} = -1,98$, $u_{1000} = -1,999$

Exercice 10 Conjecturer, si elle existe, la limite des suites ci-dessous.

1. La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n$
2. La suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{1}{n}$

Exercice 11 A l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite des suites suivantes, si elle existe.

1. (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = -n$.
2. (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n - 5$.
3. (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $w_n = \dfrac{n+2}{2n-1}$.

Exercice 12 A l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite des suites suivantes, si elle existe.

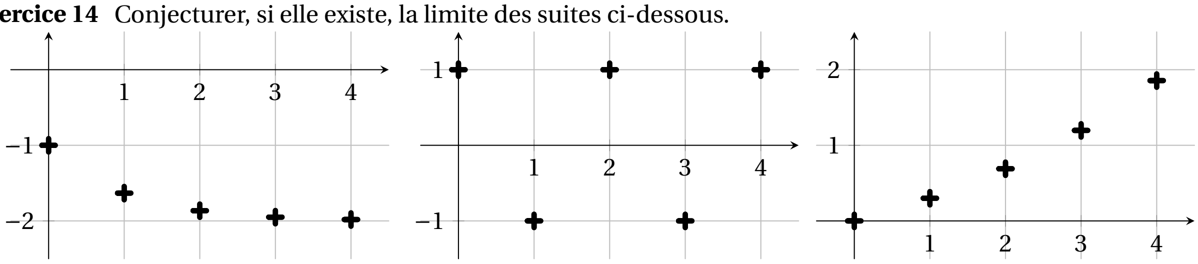
1. (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = 2u_n - 6$.
2. (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_{n+1} = \dfrac{1}{v_n}$.
3. (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $w_{n+1} = -\dfrac{1}{3}w_n$.

Exercice 13 Soit (u_n) définie par $u_n = \dfrac{1{,}01^n}{n}$.

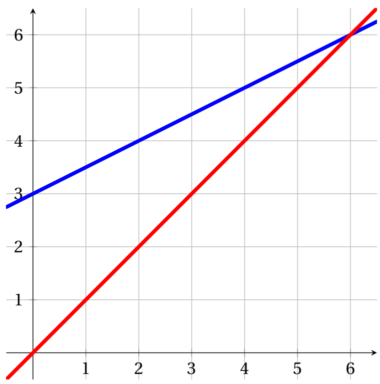
1. A l'aide de la calculatrice, conjecturer, si elle existe, la limite de la suite (u_n).
2. Donner une valeur approchée de u_{1000}, u_{2000} et u_{3000}.
3. Les résultats sont-ils cohérents avec la question **1.**? Conclure.
4. En étudiant le signe de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} - 1$, déterminer le sens de variation de (u_n).

Étude graphique d'une suite

Exercice 14 Conjecturer, si elle existe, la limite des suites ci-dessous.



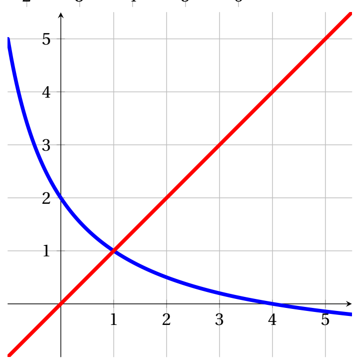
Exercice 15 Dans un repère orthonormé, on a représenté la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}5x + 3$ et la droite d'équation $y = x$.



On définit la suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1. Reproduire la figure et représenter les cinq premiers termes de la suite sur l'axe des abscisses.
2. Émettre un conjecture puis la démontrer sur le sens de variation de la suite.
3. Conjecturer la limite de la suite.

Exercice 16 Dans un repère orthonormé, on a représenté la fonction f définie sur $]2;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{6}{x+2} - 1$ et la droite d'équation $y = x$.



On définit la suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1. Reproduire la figure et représenter les cinq premiers termes de la suite sur l'axe des abscisses.
2. Émettre un conjecture sur le sens de variation puis sur la limite de la suite.