

# Fonctions trigonométriques

## Angles associés

**Exercice 1** On donne  $\cos \frac{\pi}{5} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{8}}$  et  $\sin \frac{\pi}{5} = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$ .

1. Calculer  $\pi - \frac{\pi}{5}$ ,  $\pi + \frac{\pi}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}$  et  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5}$

2. En déduire les valeurs exactes de :  $\cos \frac{4\pi}{5}$ ,  $\sin \frac{4\pi}{5}$ ,  $\cos \frac{6\pi}{5}$ ,  $\sin \frac{6\pi}{5}$ ,  $\cos \frac{3\pi}{10}$ ,  $\sin \frac{3\pi}{10}$ ,  $\cos \frac{7\pi}{10}$  et  $\sin \frac{7\pi}{10}$ .

**Exercice 2** On donne  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$  et  $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ .

En déduire les valeurs exactes de :  $\sin \frac{11\pi}{12}$ ,  $\cos \frac{13\pi}{12}$ ,  $\cos \frac{5\pi}{12}$ ,  $\sin \frac{7\pi}{12}$

**Exercice 3** On donne  $\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$  et  $\sin \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$ .

En déduire les valeurs exactes de :  $\sin \frac{3\pi}{5}$ ,  $\cos \frac{3\pi}{5}$ ,  $\sin \frac{\pi}{10}$ ,  $\cos \frac{\pi}{10}$ ,  $\sin \frac{9\pi}{10}$ ,  $\cos \frac{9\pi}{10}$ ,  $\sin \frac{7\pi}{5}$  et  $\cos \frac{7\pi}{5}$ ,

## Périodicité de fonctions trigonométriques

**Exercice 4** On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = \sin(2x)$ .

1. Montrer que  $h$  est périodique de période  $\pi$ .

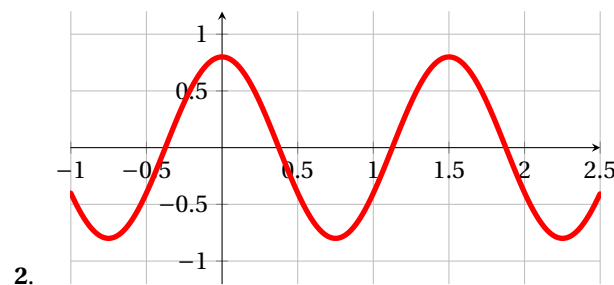
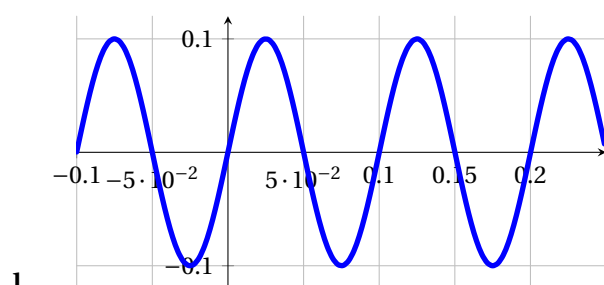
2. Quelle sera la conséquence sur la courbe représentative de la fonction  $h$ ?

**Exercice 5** Montrer que les fonctions données ci-dessous sont périodiques de période  $T$ .

1.  $f : x \mapsto \sin(10\pi x)$  avec  $T = 0,2$

2.  $f : x \mapsto \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$  avec  $T = \frac{\pi}{2}$

**Exercice 6** Lire graphiquement la période de la fonction  $f$  donnée par sa courbe représentative.



## Parité de fonctions trigonométriques

**Exercice 7** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \cos(x) + x^2$ .


1. Montrer que  $f$  est une fonction paire.

2. Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de  $f$ ?

**Exercice 8** On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x + \sin x$ .

1. Montrer que  $g$  est une fonction impaire.

2. Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de  $g$ ?


 **Exercice 9** En exprimant, pour tout réel  $x$ ,  $f(-x)$  à l'aide de  $f(x)$ , dire si les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  ci-dessous sont paires ou impaires.

1.  $f : x \mapsto x \times \sin(x)$

2.  $f : x \mapsto x \times \cos(x)$

3.  $f : x \mapsto (\sin(x))^2$


4.  $f : x \mapsto \frac{x^2}{2 + \cos(x)}$

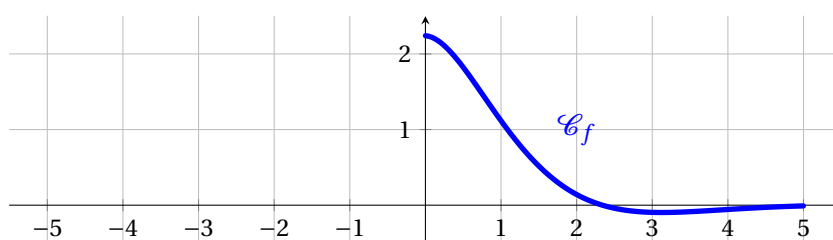
 **Exercice 10** Pour chacune des fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  ci-dessous, indiquer si elles sont paire, impaire ou ni paire ni impaire.

1.  $f : x \mapsto \sin(3x)$

2.  $f : x \mapsto 2 \cos(5\pi x)$

3.  $f : x \mapsto 1,5 \cos(x+1)$

 **Exercice 11** Sachant que la fonction  $f$  est une fonction paire, compléter le graphe à main levée sur  $[-5;5]$



 **Exercice 12** Une fonction impaire s'annule-t-elle forcément?