

Indépendance de deux événements

Exercice 1 On considère les événements A et B de probabilités respectives $\frac{7}{8}$ et $\frac{2}{7}$ et tels que $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. A et B sont-ils indépendants?

Exercice 2 On lance un dé équilibré à six faces et on considère les événements suivants.

- A : « le résultat est un nombre supérieur ou égale à 4 »
- B : « le résultat est un nombre pair »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
2. Comment remarque-t-on sur l'arbre que A et B ne sont pas indépendants?

Exercice 3 Les événements A et B de probabilités respectives 0,5 et 0,7 sont indépendants.

1. Calculer $P(A \cap B)$
2. Calculer $P(\bar{A} \cap B)$ de deux manières différentes.

Exercice 4 Les événements A et B sont indépendants. on sait que $P(A) = 0,8$ et $P(A \cap B) = 0,45$. Calculer $P(B)$.

Exercice 5 Les événements A et B sont indépendants et ont la même probabilité. De plus, $P(A \cap B) = 0,25$. Calculer $P(A)$.

Exercice 6 Dans chacun des cas suivants, dire si les événements A et B sont indépendants.

1. $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,8$ et $P(A \cap B) = 0,9$.
2. $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,8$ et $P(A \cap B) = 0,32$.
3. $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$ et $P(A \cup B) = 0,95$.
4. $P(A) = 0,48$, $P(B) = 0,25$ et $P(A \cap B) = 0$.

Exercice 7 Soient A et B deux événements indépendants tels que $P(\bar{A}) = 0,6$ et $P(A \cap B) = 0,3$. Calculer $P(A)$ puis $P(B)$.

Exercice 8 Soient A et B deux événements incompatibles de probabilités non nulle. Démontrer que A et B ne sont pas indépendants.

Exercice 9 On considère deux personnes auxquelles on confie à chacune un jeu de 32 cartes. Ces deux personnes tirent une carte simultanément et sans se voir. Quelle est la probabilité d'obtenir deux rois?

Exercice 10 On considère deux événements A et B tels que $P(A) = p$, $P(B) = P(\bar{A})$ et $P(A \cap B) = 0,2p + 0,15$.

1. Montrer que, pour tout $p \in \mathbb{R}$, $-p^2 + 0,8p - 0,15 = (0,3 - p)(p - 0,5)$
2. Trouver la probabilité p telle que A et B soient indépendants.

Exercice 11 On considère deux événements A et B tels que $P(A \cap B) = 0,8$ et $P(A \cup B) = 0,9$.

1. Montrer que, pour tout $p \in \mathbb{R}$, $x^2 - 1,7x + 0,8 = (x - 0,85)^2 + 0,0775$.
2. Montre que A et B ne peuvent pas être indépendants.

Exercice 12 Dans un collège, les élèves doivent choisir une option parmi « latin » et « théâtre » et une langue vivantes parmi « allemand » et « italien ». Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves.

1. Les événements « faire du théâtre et de l'italien » et « faire du théâtre » sont-ils indépendants?
2. Les événements « faire du latin » et « faire de l'allemand » sont-ils indépendants?
3. Les événements « faire du latin » et « faire du théâtre » sont-ils indépendants?

	Italien	Allemand	Total
Latin	30	120	150
Théâtre	90	80	170
Total	120	200	320

Exercice 13 Soit A un événement qui est indépendants de lui-même. Démontrer que l'événement certain est A ou \bar{A} .