Nombres dérivés

Taux de variations

Exercice 1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3$. Calculer le taux de variation de f sur $[1;3]$

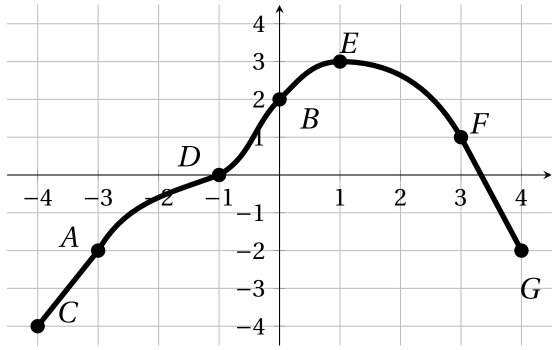
Exercice 2 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 6$. Calculer le taux de variation de g entre 2 et 6.

Exercice 3 Soit h la fonction définie sur $]2:+\infty[$ par $h(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$. Calculer le taux de variation de h entre 3 et 7.

Exercice 4

On considère une fonction g définie sur $[-4;4]$ dont la courbe représentative est donnée ci-contre. A l'aide des données du graphique, calculer le taux de variation de la fonction g entre :

1. -3 et 0. Que représente ce nombre pour la droite (AB) ?
2. 1 et 4. De quelle droite ce taux est-il le coefficient directeur ?



Exercice 5 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f: x \mapsto 11x - 7$ et h un nombre réel non nul.
Déterminer le taux de variation de f entre 3 et $3+h$.

Exercice 6 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f: x \mapsto x^2 + 8x - 2$ et h un nombre réel non nul.

1. Calculer $f(-2)$
2. Exprimer $f(-2+h)$ en fonction de h
3. Exprimer en fonction de h le taux de variation de f entre -2 et $-2+h$ et simplifier l'expression au maximum.

Exercice 7 Soit g la fonction définie que $\mathbb{R}^*$par $g: x \mapsto \dfrac{2}{x}$ et h un nombre réel non nul.
Démontrer que, pour tout $h \neq -2$, $\dfrac{g(2+h) - g(2)}{h} = -\dfrac{1}{2+h}$

Exercice 8 *SES* Une usine fabrique des jouets. Le cout de production en milliers d'euros de x centaines de jouets est donné par $f(x) = -0.1x^2 + 2x + 8$ pour $x \in [0;10]$.

1. L'entreprise fabrique quotidiennement 700 jouets. elle décide d'augmenter sa production et de passer à 800 jouets par jour. Quel est l'accroissement moyen de cout de production d'une telle augmentation ?
2. Elle décide d'augmenter encore sa production en gardant le même accroissement moyen qu'à la question précédente. Quelle sera alors sa production ?

Nombre dérivé et définition

Exercice 9 Soit h un nombre réel non nul. Le taux de variation entre 4 et $4+h$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est $2+h$. f est-elle dérivable en 4 ? Si oui, quel est son nombre dérivé en 4.

Exercice 10 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et h un nombre réel non nul.
On sait que $\dfrac{f(-7+h) - f(-7)}{h} = \dfrac{5}{3}(4h+9)$. La fonction f est-elle dérivable en -7 ? Si oui, déterminer $f'(-7)$.

Exercice 11 Soit h un nombre réel non nul. La taux de variation entre 4 et $4+h$ d'une fonction définie sur $\mathbb{R}$ est $-\dfrac{9}{h}$. f est-elle dérivable en 4 ? Si oui, quel est son nombre dérivé en 4.

Exercice 12 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f: x \mapsto x^2 + 1$ et h un nombre réel non nul.

1. Exprimer en fonction de h le taux de variation entre 3 et $3+h$.
2. En déduire que la fonction est dérivable en 3 et déterminer $f'(3)$.
3. De la même manière, montrer que f est dérivable en -2 et déterminer $f'(-2)$

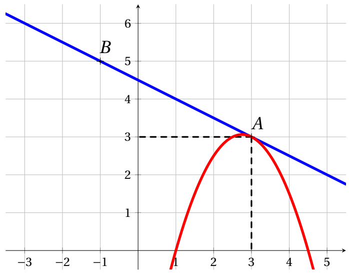
Exercice 13 Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f : x \mapsto \sqrt{x}+3$ et h un nombre réel non nul.

1. Montrer à l'aide d'une identité remarquable, que le taux de variation de f entre 9 et $9+h$ est égal à $\dfrac{1}{\sqrt{9+h}+3}$
2. En déduire que la fonction est dérivable en 9 et déterminer $f'(9)$.

Nombre dérivé et tangente

Exercice 14

La courbe d'une fonction g définie sur $[-3;5]$ est représentée ci-contre. La tangente à cette courbe au point A d'abscisse 3 passe par le point B de coordonnées $(-3;6)$. Que vaut $g(3)$? Que vaut $g'(3)$?



Exercice 15 *Algorithme et Python*

1. Qu'affiche l'algorithme ci contre si on saisit le nombre $a=3$?
2. A quoi correspond la variable h ?
3. Modifier cet algorithme afin de conjecturer le nombre dérivé en 2 de la fonction définie sur $[-4;4]$ par $f(x)=\sqrt{20-x^2}$.

```
from math import*
a=eval(input("Saisir le nombre a"))
def f(x):
    return x**2
for i in range(6):
    h=10**(-i)
    t=((f(a+h)-f(a))/h)
    print(t)
```

Exercice 16 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2-5$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. En utilisant la définition, démontrer que la fonction est dérivable en -1 et déterminer $f'(-1)$.
2. Tracer sur un même graphique la courbe $\mathscr{C}$ et sa tangente au point d'abscisse -1.

Exercice 17 *GeoGebra* Utiliser GeoGebra pour répondre aux questions suivantes portant sur la fonction $f : x \mapsto \dfrac{-9}{2x^2-4x+3}$.

1. Saisir l'équation de la courbe représentative de f : « $y=-9/(2x^2-4x+3)$ »
2. Placer un point sur la courbe.
3. Tracer la tangente à la courbe en ce point.
4. Afficher le coefficient directeur de la tangente.
5. En le plaçant à la bonne abscisse, déterminer une valeur approchée de $f'(-2)$; $f'(-1)$; $f'(0)$; $f'(1)$ et $f'(2)$.

Exercice 18 Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. On a le tableau de valeurs suivant.

x	-3	-1	0	2	4	5
$g(x)$	6	0	2	4	3	1
$g'(x)$	-4	0	1,5	0	-1	-3

1. Dans un repère orthonormé, placer les points de coordonnées $(x;g(x))$
2. Construire en chacun de ces points les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g.
3. Représenter une allure possible de $\mathscr{C}_g$.

Exercice 19 La courbe représentative d'une fonction f admet une tangente au point d'abscisse 1. Cette tangente a pour équation $y=-7x+9$. Que vaut $f'(1)$? Que vaut $f(1)$?

Équation de tangente

Exercice 20 Soit g la fonction définie que $\mathbb{R}$ par $g(x)=(2x^2-5x+4)^{10}$. On admet que g est dérivable en 1, et que $g'(1)=-10$. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1.

Exercice 21 Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan. Le point $A(3;-1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$. Sachant que la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A passe par le point $J(0;1)$, déterminer $f'(3)$, puis l'équation de T.