Produit scalaire dans le plan

Calculer un produit scalaire avec un angle

Exercice 1 On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que : $\left\|\vec{u}\right\| = 5$, $\left\|\vec{v}\right\| = \sqrt{3}$ et $\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) = 135°$. Calculer leur produit scalaire.

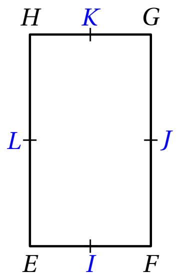
Exercice 2 On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que : $\left\|\vec{u}\right\| = 2$, $\left\|\vec{v}\right\| = 3$ et $\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) = 60°$. Calculer leur produit scalaire.

Exercice 3 On considère le carré $ABCD$ de coté 5. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

Exercice 4 On considère les points A, B, et C tels que $AB = 7$, $AC = \sqrt{5}$ et $\widehat{BAC} = 120°$. Calculer les produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

Calculer un produit scalaire avec la projection

Exercice 5 On considère le rectangle $EFGH$ ci-dessous, tel que $EF = 4$ et $EH = 7$, et les points I, J, K et L, milieux respectifs des côtés $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ et $[EH]$.



1. Reproduire la figure.
2. En choisissant un repère orthonormé adapté, calculer :

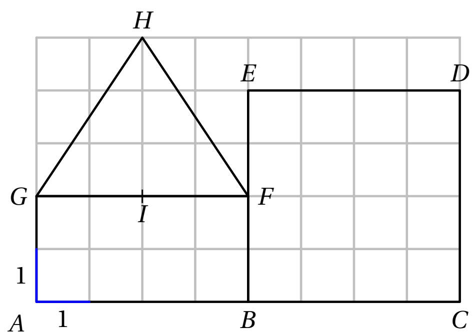
   a. $\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{FH}$ **b.** $\overrightarrow{JL} \cdot \overrightarrow{EG}$

   c. $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{GH}$ **d.** $\overrightarrow{HF} \cdot \overrightarrow{EK}$

   e. $\overrightarrow{IL} \cdot \overrightarrow{IG}$ **f.** $\overrightarrow{HJ} \cdot \overrightarrow{JK}$

Exercice 6 En utilisant des projections, calculer les produits scalaires suivants (on reproduira la figure et on pourra introduire de nouveaux points) :

1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 2. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BI}$ 3. $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA}$
4. $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{FH}$ 5. $\overrightarrow{HG} \cdot \overrightarrow{BC}$ 6. $\overrightarrow{GI} \cdot \overrightarrow{FD}$



Exercice 7 En utilisant le produit scalaire, calculer les mesures des angles suivants, on donnera le résultat en degrés arrondi à 0,1 près.

1. $\widehat{AFB}$ 2. $\widehat{IFD}$ 3. $\widehat{HFG}$

Calculer un produit scalaire avec des coordonnées

Exercice 8 Calculer les produits scalaires suivants :

1. $\vec{u} \cdot \vec{v}$ avec $\vec{u}\begin{pmatrix}15\\-8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\9\end{pmatrix}$
2. $\vec{s} \cdot \vec{t}$ avec $\vec{s}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}$
3. $\vec{c} \cdot \overrightarrow{UV}$ avec $\vec{c}\begin{pmatrix}\sqrt{6}\\2\end{pmatrix}$, $U(\sqrt{24}+5\,;\,1)$ et $V(5\,;\,\sqrt{2})$
4. $\vec{r} \cdot \overrightarrow{AB}$ avec $\vec{r}\begin{pmatrix}3\\7\end{pmatrix}$, $A(-1\,;\,2)$ et $B(-3\,;\,6)$
5. $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MR}$ avec $C(5\,;\,6)$, $D(-1\,;\,4)$, $M(3\,;\,7)$ et $R(8\,;\,9)$
6. $\overrightarrow{ST} \cdot \overrightarrow{EF}$ avec $E(0\,;\,1)$, $F(3\,;\,0)$, $S(8\,;\,8)$ et $T(5\,;\,5)$

Exercice 9 On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\7\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-\sqrt{3}\\y\end{pmatrix}$ avec x et y réels.

1. Déterminer x tel que $\vec{u}\cdot\vec{v}=11$.
2. Déterminer y tel que $\vec{u}\cdot\vec{w}=\sqrt{12}$.

Exercice 10 On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\2x\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\3\end{pmatrix}$ avec x réel.
Déterminer, si elle(s) existe(nt), pour quelle(s) valeur(s) de x, on a :

1. $\vec{u}\cdot\vec{v}=-9$
2. $\vec{u}\cdot\vec{v}=-10$
3. $\vec{u}\cdot\vec{v}=2$
4. $\vec{u}\cdot\vec{v}>7$

Calculer un angle

Exercice 11 On donne $\left\|\vec{u}\right\|=2$, $\left\|\vec{v}\right\|=\sqrt{3}$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=\sqrt{6}$. Donner une valeur en degrés de l'angle entre les deux vecteurs.

Exercice 12 Déterminer une valeur en degrés, arrondie à 0,1 près, de l'angle entre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\left\|\vec{u}\right\|=\sqrt{6}$, $\left\|\vec{v}\right\|=\sqrt{2}$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=5$

Exercice 13 Dans chacun des cas suivants, calculer AB et AC puis $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ et en déduire une valeur approchée à 0,1ř près de l'angle $\widehat{BAC}$.

1. Pour les points $A(-2;-2)$, $B(3;1)$ et $C(-1;2)$.
2. Pour les points $A(1;3)$, $B(0;-2)$ et $C(1;-2)$.

Exercice 14 On considère les points $A(2;2)$ et $B(3;0)$. Déterminer une valeur en degré de l'angle $\widehat{BOA}$

Produit scalaire et orthogonalité

Exercice 15 On considère les points $A(1\,;\,3)$, $B(3\,;\,1)$, $C(-2\,;\,-2)$, $D(13\,;\,-5)$ et $E(4\,;\,3)$.

1. Les droites (AC) et (AB) sont-elles perpendiculaires ?
2. Même question pour :

   a. (AC) et (BD) **b.** (BE) et (CD)

Exercice 16 On considère quatre points $J(6\,;\,1)$, $K(2\,;\,4)$, $L(1\,;\,-5)$ et $M\left(-\frac{5}{2}\,;\,-2\right)$.

1. Le triangle JKL est-il rectangle en J ?
2. Le triangle JKM est-il rectangle ?

Exercice 17 On considère trois points $A(\sqrt{6}\,;\,\sqrt{7})$, $B(\sqrt{2}\ \ \sqrt{3})$, $C(-\sqrt{6}\,;\,\sqrt{7}+2\sqrt{3})$.
Montrer que ABC est rectangle en B.

Exercice 18 On considère quatre points $A(0\,;\,0)$, $B(6\,;\,2)$, $C(-1,5\,;\,4,5)$ et $D\left(2,5\,;\,\frac{35}{6}\right)$.
Montrer que $ABCD$ est un trapèze rectangle puis calculer son aire.

Exercice 19 Déterminer, si possible, la ou les valeurs de m pour lesquelles les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}m\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\m\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}m\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2m\\6\end{pmatrix}$
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}m^2\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\m-4\end{pmatrix}$
4. $\vec{u}\begin{pmatrix}m\\m^2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\m\end{pmatrix}$
5. $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\\frac{m}{2}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\m\end{pmatrix}$