Suites géométriques

Exercice 1 En comparant $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ avec 1, étudier les variations des suites (u_n), définies pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. $u_n = 7 \times 0,5^n$
2. $u_n = 4 \times 9^n$
3. $u_n = -5 \times 2^n$

Exercice 2 Déterminer le sens de variations des suites suivantes.

1. (u_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 3$
2. (v_n) est une suite géométrique de raison $0,5$ et de premier terme $u_0 = -5$
3. (w_n) est définie par $w_0 = -3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1,24 v_n$.

Exercice 3 Soit (u_n) une suite géométrique de raison -2 et de premier terme $u_0 = 0,5$. Calculer u_1, u_2 et u_3.

Exercice 4 Soit (u_n) une suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = -1$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
2. Exprimer u_n en fonction de n
3. Calculer u_{19}

Exercice 5 Soit (u_n) une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 2$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
2. Exprimer u_n en fonction de n
3. Calculer u_{10}

Exercice 6 Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 telle que $u_3 = 12$. Déterminer la valeur du premier terme de cette suite u_0.

Exercice 7 Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_0 = -3$ et $u_2 = -12$. Déterminer la valeur de la raison de cette suite.

Exercice 8 Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$, telle que $u_2 = 4$ et $u_4 = 1$.

1. Déterminer la valeur de la raison de la suite.
2. Déterminer la valeur de u_0.
3. Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 9 Le suites suivantes sont-elle géométriques ? Justifier.

1. (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}$
2. (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -3^n$
3. (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = \dfrac{1}{4^n}$
4. (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n = \dfrac{1}{n+1}$

Exercice 10 Une ville comptait 10000 habitants en 2018. Chaque année, le nombre d'habitants augmentent de 10% par rapport à l'année précédente. On note u_n le nombre d'habitants en $2018 + n$.

1. Donner la valeur de u_0 et de u_1.
2. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

Exercice 11 Walid a préparé un gâteau au chocolat qu'il a déposé dans une assiette dans la cuisine. A chaque fois qu'il passe devant, il se sert la moitié de ce qui reste (oui, Walid est gourmand !). On note u_n la proportion du gâteau qui reste dans l'assiette après que Walid se soit servi n fois.

1. Donner la valeur de u_0 et de u_1.
2. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

Exercice 12 Alicia et Yoann font un tournoi de 5 mini-jeux sur un jeu vidéo. Alicia obtient un score de 5000 et Yoann un score de 3500. Yoann décide de s'entrainer chaque semaine pour battre le record d' Alicia. Chaque semaine, il améliore son score de 5%. Au bout de combien de semaines battra-t-il le record d'Alicia ?

Exercice 13 Le 1^{er} janvier 2019, Ramandeep veut déposer 5000€ sur un compte en banque. il a le choix entre deux propositions.

1. On lui propose un compte épargne avec des intérêts à taux fixe. Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait 110€ sur son compte épargne. On note u_n la somme sur le compte en banque le 1^{er} janvier $2019+n$.
   - **a.** Déterminer la valeur de u_0 et de u_1.
   - **b.** Exprimer u_n en fonction de n en justifiant.
   - **c.** Combien aurait-il sur son compte en banque en 2040.
2. On lui propose un compte épargne avec des intérêts à taux composés. Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait sur son compte épargne 2% de la somme disponible sur le compte. On note v_n la somme sur le compte le 1^{er} janvier $2019+n$
   - **a.** Déterminer la valeur de v_0 et de v_1.
   - **b.** Exprimer v_n en fonction de n en justifiant.
   - **c.** Combien aurait-il sur son compte en banque en 2040.
3. S'il décide de laisser l'argent sur son compte pendant 5 ans, quelle offre est la plus intéressante ?
4. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien d'années, il est plus intéressant de choisir l'offre avec des intérêts à taux composés ?

Exercice 14 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n + 4$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Soit (v_n) la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n + 2$.
   - **a.** Calculer v_0.
   - **b.** Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 3.
   - **c.** En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
   - **d.** En déduire l'expression de u_n en fonction de n

Exercice 15 Un parc d'attraction propose à ses visiteurs des pass annuels donnant accès illimité à l'ensemble du site. En 2019, 5000 visiteurs achètent le pass. Chaque année, le directeur de parc prévoit que 90% de ces visiteurs renouvelleront leur pass et 800 nouveaux visiteurs en achèteront un. On note u_n le nombre de visiteurs ayant un pass annuel en $2019+n$.

1. Déterminer la valeur de u_0 et u_1.
2. Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,9u_n + 800$.
3. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 8000$.
   - **a.** Justifier que la suite (v_n) est géométrique.
   - **b.** Donner l'expression de v_n en fonction de n.
   - **c.** En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. Combien peut-on prévoir qu'il y aura de visiteurs détenteur du pass annuel en 2040.

Exercice 16 L'iode 131 est un isotope radioactif utilisé en médecine pour la radiothérapies dans les cancers de la thyroïde. Le patient doit prendre une gélule contenant 0,01 mg d'iode 131 au début de son traitement. Chaque jour, les noyaux d'iode 131 se désintègrent et la masse de la substance radioactive diminue de 8%. On note u_n la masse diode 131 en mg présente dans la patient n jours après l'ingestion de la gélule.

1. Donner la valeur de u_0 et de u_1.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. Déterminer au bout de combien de jours la masse diode 131 dans le patient devient inférieur à 0,001mg.
5. On appelle demi-vie, le temps nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs d'iode 131 se désintègrent. Déterminer la valeur de la demi-vie de l'iode 131.