

## Vecteur directeur et normal

### Déterminer un vecteur normal à une droite

 **Exercice 1** Déterminer un vecteur normal à chacune des droites données par les équations ci-dessous.

$$1. \ 2x + y - 3 = 0 \quad 2. \ -3x + 5y = 0 \quad 3. \ 5x - 3y + 2 = 0 \quad 4. \ -2x - 4y + 1 = 0$$

 **Exercice 2** Déterminer un vecteur normal à chacune des droites données par les équations ci-dessous.

$$1. \ y = 2x - 3 \quad 2. \ y = 4x \quad 3. \ y = -3x + 1 \quad 4. \ y = -7x - 2$$

 **Exercice 3** Dans chacune des équations de droites suivants, déterminer un vecteur normal.

$$1. \ x = 2 \quad 2. \ 2x + 5y - 1 = 0 \quad 3. \ y = 0,5x + 2$$

 **Exercice 4** Déterminer une vecteur directeur et un vecteur normal à la droite ( $OK$ ) où  $O$  est l'origine du repère et  $K(-3; 3)$ .

 **Exercice 5** Déterminer un vecteur normal à chacune des droites définies par les deux points ci dessous.

$$1. \ B(-3; 2) \text{ et } C(1; -2) \quad 2. \ D(1; 0) \text{ et } E(-3; 4) \quad 3. \ M(0; -2) \text{ et } N(5; 4) \quad 4. \ H(-2; 3) \text{ et } K(1; -5)$$

### Déterminer une équation de droite avec un point et un vecteur normal

 **Exercice 6** Dans chacun des cas, donner une équation cartésienne de la droite passant par le point  $B$  et de vecteur normal  $\vec{n}$ .

$$1. \ B(4; 1) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad 2. \ C(2; 3) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad 3. \ D(-2; -1) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad 4. \ E(0; 5) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

 **Exercice 7** Dans chacun des cas, donner une équation cartésienne de la droite passant par le point  $B$  et de vecteur normal  $\vec{n}$ .

$$1. \ B\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad 2. \ C\left(\frac{3}{2}; -4\right) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad 3. \ D(-\sqrt{3}; -1) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

 **Exercice 8** Déterminer une équation de la droite passant par le point  $S(1; 4)$  et de vecteur normal  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

 **Exercice 9** On donne le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  et le point  $D(-3; -7)$ .

1. Déterminer un vecteur  $\vec{n}$  orthogonal au vecteur  $\vec{u}$ .
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par  $D$  et de vecteur normal  $\vec{n}$ .

 **Exercice 10** On considère la droite  $d$  d'équation réduite  $y = -4x + 5$ .

1. Donner un vecteur directeur de  $d$ .
2. En déduire un vecteur normal.
3. Donner une équation cartésienne de la droite  $d'$  perpendiculaire à  $d$  passant par le point  $A(1; 1)$ .
4. Donner une équation réduite de la droite  $d'$ .

### Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite

 **Exercice 11** On considère la droite  $d$  d'équation cartésienne  $6x + 5y - 2 = 0$  et le point  $A(-1; -2)$ .

1. Vérifier que le point  $A$  n'appartient pas à la droite.
2. Donner un vecteur normal de la droite  $d$ .
3. En déduire une équation de la droite perpendiculaire à  $d$  passant par  $A$ .
4. En déduire les coordonnées du point  $H$ , projeté orthogonal du point  $A$  sur la droite donnée.

 **Exercice 12** On considère la droite  $d$  d'équation cartésienne  $-2x + 3y + 3 = 0$  et le point  $N(-4; -1)$ .

1. Donner un vecteur normal à la droite  $d$ .
2. En déduire une équation de la droite perpendiculaire à  $d$  passant par  $N$ .
3. En déduire les coordonnées du point  $H$ , projeté orthogonal du point  $N$  sur la droite donnée.

 **Exercice 13** On considère la droite  $d$  d'équation réduite  $y = \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$  et le point  $S(-2; -3)$ .

1. Donner un vecteur normal à la droite  $d$ .
2. En déduire une équation réduite de la droite perpendiculaire à  $d$  passant par  $F$ .
3. En déduire les coordonnées du point  $G$ , projeté orthogonal du point  $F$  sur la droite donnée.

 **Exercice 14** On considère la droite  $d$  d'équation cartésienne  $7x - 3y + 1 = 0$  et le point  $G(9; 2)$ .

1. Donner un vecteur normal à la droite  $d$ .
2. En déduire une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à  $d$  passant par  $G$ .
3. En déduire les coordonnées du point  $D$ , projeté orthogonal du point  $G$  sur la droite donnée.
4. Déterminer les coordonnées du point  $N$ , projeté orthogonal du point  $G$  sur la droite d'équation  $x = 2$ .
5. Montrer que  $N$  est le projeté orthogonal du point  $D$  sur la droite  $(NG)$

## Des droites perpendiculaires et des projetés orthogonaux

 **Exercice 15** Dans chacun des cas suivants, donner une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à la droite  $d$  et passant par le point  $A$  donné.

1.  $d : x - 3y + 5 = 0$  et  $A(3; 2)$
2.  $d : 2x - 3y + 1 = 0$  et  $A(-3; -1)$
3.  $d : y = -3x + 1$  et  $A(-2; 0)$

 **Exercice 16** On donne la droite  $d$  d'équation cartésienne  $-5x + 3y - 1 = 0$  et le point  $F(2; 1)$

1. Déterminer une équation de la droite perpendiculaire passant par  $F$
2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de  $F$  sur  $d$ .

 **Exercice 17** On donne les points  $A(5; 0)$ ,  $B(-2; 2)$  et  $C(-3; -4)$ .

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$
2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point  $C$  sur la droite  $(AB)$ .

 **Exercice 18** On donne deux points  $A(-1; 2)$  et  $B(3; 4)$ .

1. Déterminer les coordonnées du milieu  $I$  du segment  $[AB]$ .
2. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$ .
3. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment  $[AB]$ .

 **Exercice 19** On considère le triangle  $ABC$  où  $A(2; 1)$ ,  $B(0; -2)$  et  $C(-3; -1)$ . Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point  $A$  sur le côté  $[BC]$ .

## Distances et longueurs

 **Exercice 20** On considère un triangle  $ABC$  avec  $A(1; -3)$ ,  $B(-2; 4)$  et  $C(3; 0)$ .

1. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{BC}$ .
2. Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de  $A$  dans le triangle  $ABC$ .
3. Déterminer les coordonnées de  $H$  projeté orthogonal de  $A$  sur  $[BC]$
4. Calculer la longueur du segment  $AH$ .
5. En déduire l'aire du triangle  $ABC$ .

 **Exercice 21** On considère les droites  $d$  et  $d'$  d'équations cartésiennes  $x - 3y + 4 = 0$  et  $3x + 2y - 1 = 0$ , ainsi que le point  $A(5; -1)$ .

1. Déterminer les coordonnées du projeté du point  $A$  sur la droite  $d$ .
2. En déduire la distance du point  $A$  à la droite  $d$ .
3. Déterminer les coordonnées du projeté du point  $A$  sur la droite  $d'$ .
4. En déduire la distance du point  $A$  à la droite  $d'$ .
5. En déduire si le point  $A$  est plus proche de  $d$  ou de  $d'$ .