

## \* Chapitre 10 \*

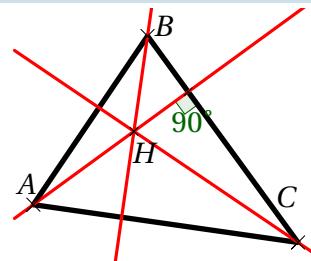
## Configurations du plan ... et de l'espace

## I. Droites remarquables d'un triangle

## Définition 1:

| La **hauteur** issue de  $A$  est la droite passant par  $A$  et perpendiculaire au côté opposé ( $BC$ ).

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point  $H$  appelé **l'orthocentre** du triangle.



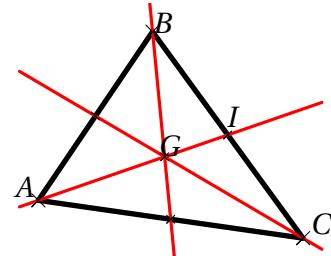
## Définition 2:

| La **médiane** issue du sommet  $A$  est la droite passant par  $A$  et par le milieu  $I$  du côté opposé [ $BC$ ].

Les trois médianes sont concourantes en un point  $G$  qui est le **centre de gravité** du triangle.

## ⚠ Remarque :

$G$  se trouve aux deux tiers de la médiane  $[AI]$  en partant de  $A$  :  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AI}$ .

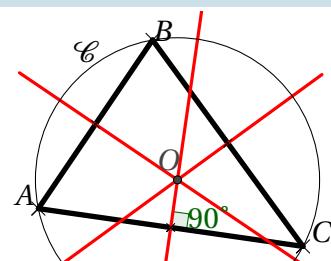


## Définition 3:

| La **médiatrice** du segment  $[AB]$  est la droite coupant ce segment perpendiculairement en son milieu.

C'est aussi l'ensemble des points du plan équidistants de  $A$  et de  $B$ .

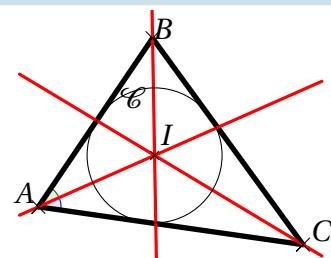
Les trois médiatrices sont concourantes en un point  $O$  qui est le **centre du cercle circonscrit** à ce triangle.



## Définition 4:

| La **bissectrice** d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles égaux.

Les trois bissectrices sont concourantes en un point  $I$  qui est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle.

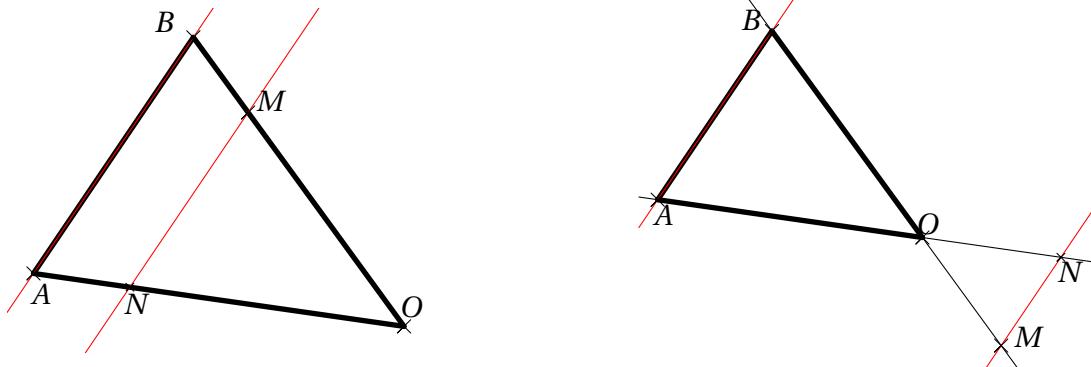


## II. Grands théorèmes

### Propriété 1 : Théorème de Thalès

*O, A, B sont trois points du plan, M et N appartiennent respectivement aux droites (OA) et (OB).*

- Si les droites (AB) et (MN) sont parallèles alors  $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{MN}$ .
- Si  $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON}$  et si les points O, A, M et O, B, N sont alignés dans le même ordre alors les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



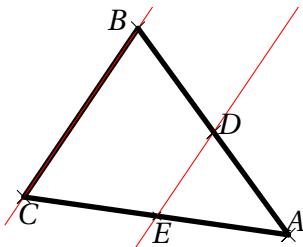
### Propriété 2 : Théorème des milieux

On se place dans un triangle quelconque.

- La droite passant par les milieux de deux des côtés est parallèle au troisième côté
- Si une droite passe par le milieu d'un premier côté et est parallèle au second côté alors elle passe par le milieu du troisième côté.

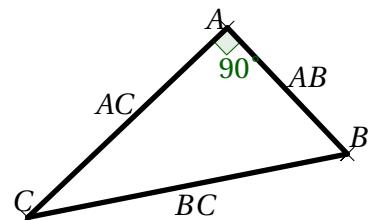
### Remarque :

Le théorème des milieux n'est qu'un cas particulier du théorème de Thalès



On a : D milieu de [AB]  
E milieu de [AC]

alors : (DE) est parallèle à (BC)  
et  $DE = \frac{1}{2}BC$



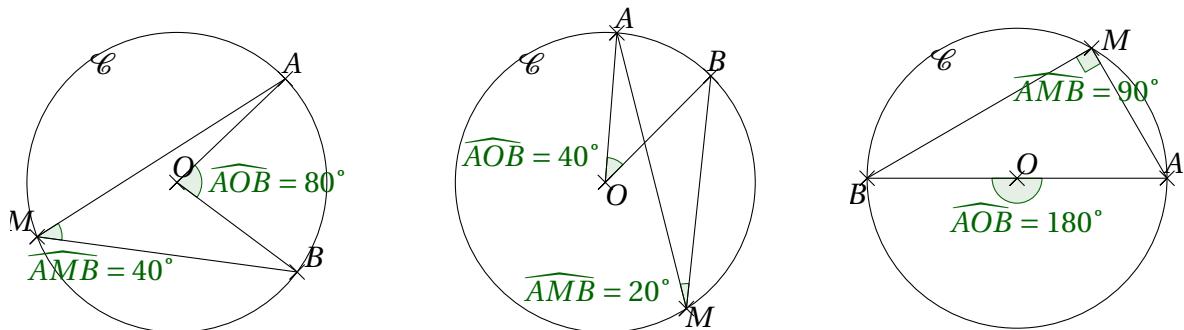
### Propriété 3 : Théorème de Pythagore

Soient A, B et C trois points du plan, le triangle ABC est rectangle en A équivaut à dire que  $AC^2 + AB^2 = BC^2$ .

### Propriété 4 :

Soient A et B deux points d'un cercle de centre O.

Pour tout point M de ce cercle, la mesure de l'angle géométrique  $\widehat{AMB}$  est égale à la moitié de celle de l'angle au centre  $\widehat{AOB}$ .



**Conséquences :**

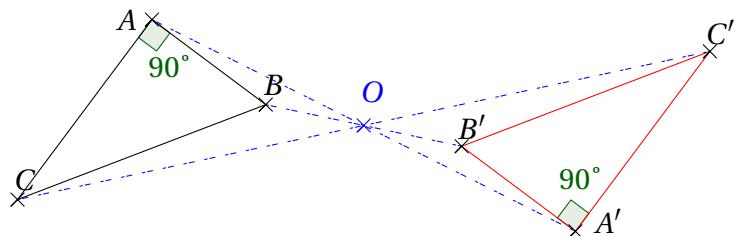
- si  $M$  et  $N$  sont deux points du cercle de centre  $O$  alors  $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$ ,
- Si le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$  alors il est inscrit dans le cercle de diamètre  $[BC]$
- Si le triangle  $ABC$  est inscrit dans un cercle de diamètre  $[BC]$  alors il est rectangle en  $A$ .

### III. Transformations

**Définition 5:**

|  $M'$  est l'image du point  $M$  par la **symétrie de centre**  $O$  signifie que  $O$  est le milieu de  $[MM']$ .

La symétrie centrale conserve les longueurs, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles géométriques et orientés, les formes et les figures.

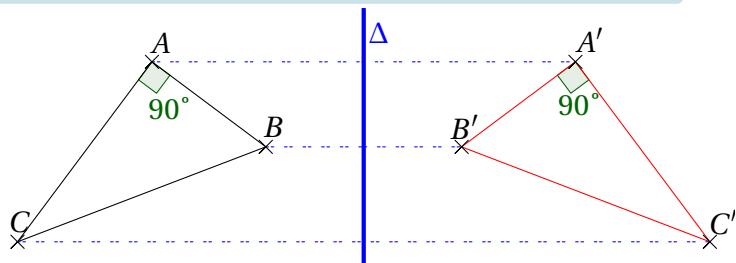


**Définition 6:**

|  $M'$  est l'image du point  $M$  par la **symétrie d'axe**  $\Delta$  signifie que la droite  $\Delta$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .

La symétrie axiale conserve les longueurs, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles géométriques, les formes et les figures.

Par contre, elle inverse les angles orientés.

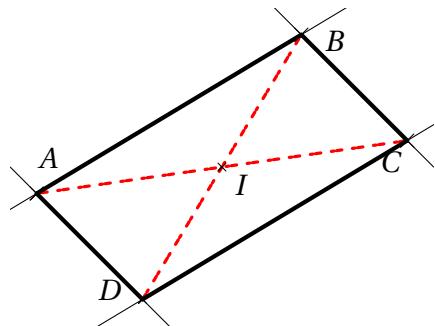


## IV. Propriétés des quadrilatères



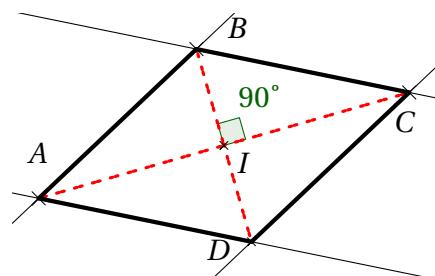
### Définition 7:

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



### Propriété 5 :

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu.



### Définition 8:

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.



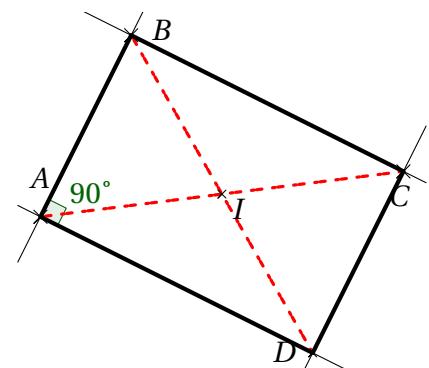
### Propriété 6 :

Un losange est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.



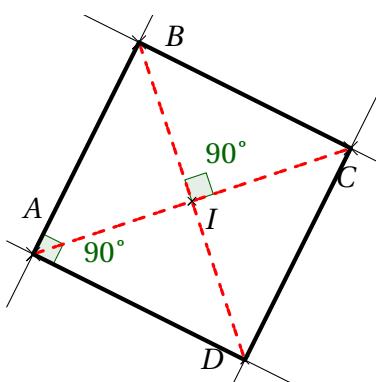
### Définition 9:

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



### Propriété 7 :

Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont de même longueur.



### Définition 10:

Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

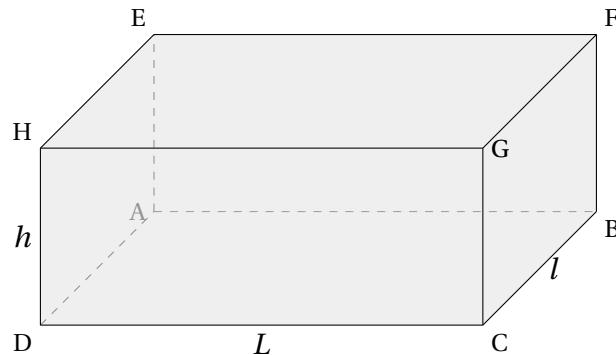


### Propriété 8 :

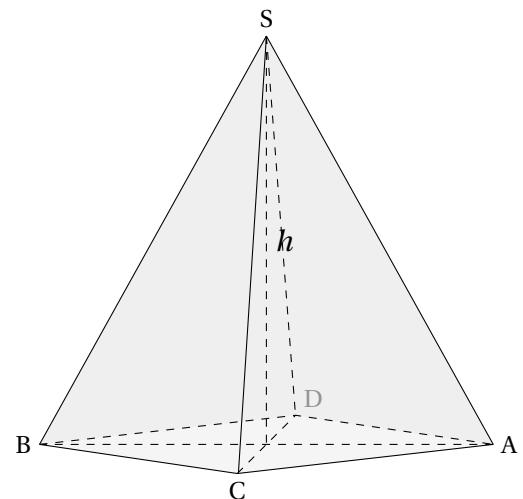
Un carré est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires.

## V. Volume usuel de l'espace

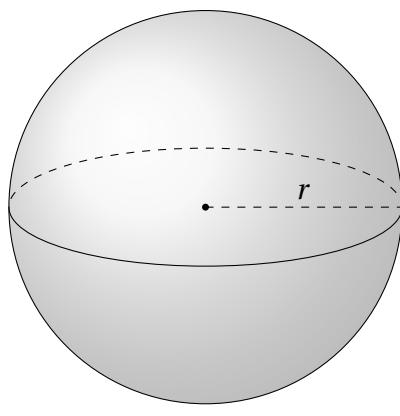
Parallélépipède rectangle :  $V = L \times l \times h$ .



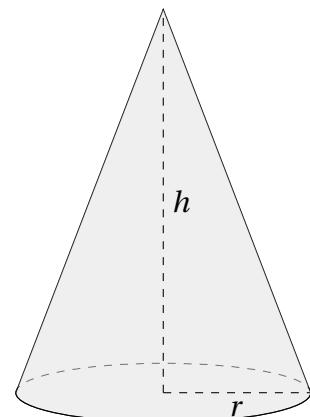
Pyramide :  $V = \frac{\text{aire de la base} \times h}{3}$ .



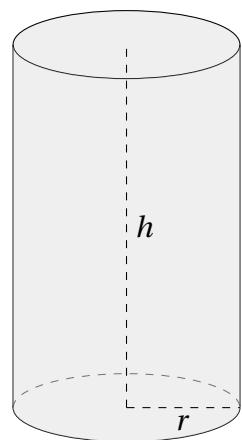
Sphère :  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$



Cône de révolution :  $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$ .



Cylindre de révolution :  $V = \pi \times r^2 \times h$ .



Cube :  $c^3$ .

