❄ Chapitre 13 ❄

Fonctions affines

Objectif du chapitre :

- Représenter graphiquement une fonction affine
- Déterminer le sens de variation d'une fonction affine
- Construire le tableau de signe et de variation d'une fonction affine.

I. Définition et représentation graphique

Définition 1:

Soient a et b sont deux réels donnés. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est appelée fonction affine, elle est représentée par une droite où :

- le réel a est le coefficient directeur de cette droite,
- le réel b est l'ordonnée à l'origine.

Remarque :

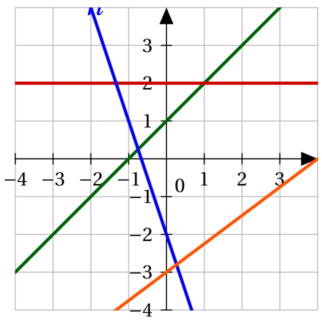
Dans le cas où $b = 0$, la fonction est appelée fonction linéaire représentée par une droite passant par l'origine.

Comme pour toutes les fonctions, pour tracer une fonction affine, on choisit des points que l'on place dans un repère (deux suffisent, éventuellement un troisième pour vérifier !)

Exemple 1:

Représenter graphiquement les fonctions suivantes :

- $\mathscr{C}_1 : f(x) = x + 1$,
- $\mathscr{C}_2 : g(x) = 2$,
- $\mathscr{C}_3 : h(x) = -3x - 2$,
- $\mathscr{C}_4 : i(x) = \dfrac{3}{4}x - 3$.



II. Sens de variation d'une fonction affine

Propriété 1 :

Soit f une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$, a et b étant deux réels fixés.

Pour tous réels $x_1 \neq x_2$, on a : $a = \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

Le coefficient a est le taux d'accroissement de f entre x_1 et x_2.

Propriété 2 :

Soit f une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$, alors :

- Si $a > 0$, f est croissante sur $\mathbb{R}$,
- Si $a < 0$, f est décroissante sur $\mathbb{R}$,
- Si $a = 0$, f est constante sur $\mathbb{R}$.

Exemple 2:

- La fonction f définie par $f(x) = 3x + 2$ est croissante car $a = 3$ donc positif

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\nearrow$	

- La fonction g définie par $g(x) = -2x + 3$ est décroissante car $a = -2$ donc négatif

x	$-\infty$	$+\infty$
g	$\searrow$	

- La fonction h définie par $h(x) = 5$ est constante car $a = 0$.

III. Signe de $ax + b$

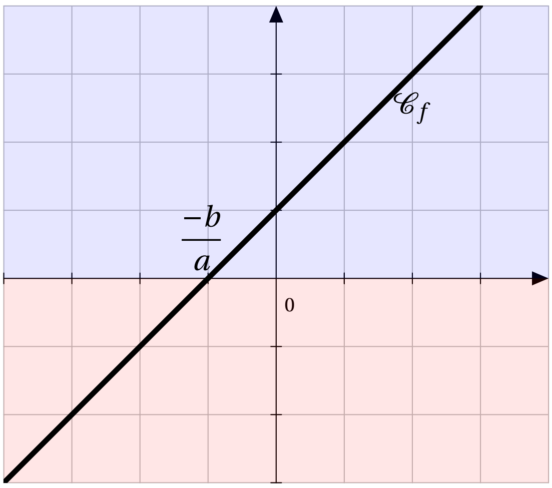
Suivant le signe du coefficient directeur a, on obtient les tableaux de signes suivants :

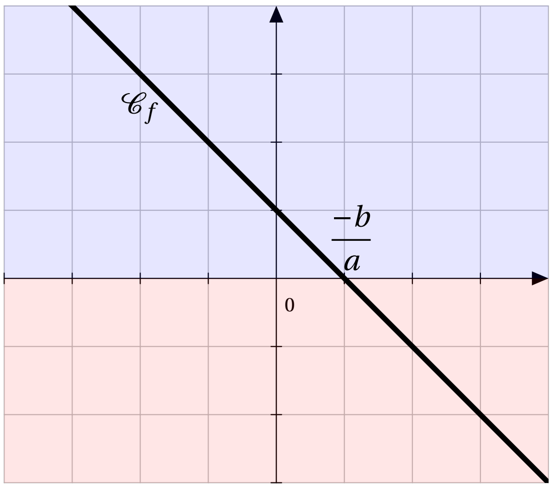
Si $a > 0$,

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Si $a < 0$,

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	





Exemple 3:

Établissons le tableau de signes des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 4$ et $g(x) = -x + 3$:

$$f(x) = 2x + 4$$
$$a = 2$$
$$b = 4$$
$$-\frac{b}{a} = -\frac{4}{2} = -2$$
a est positif.

$$g(x) = -x + 3$$
$$a = -1$$
$$b = 3$$
$$-\frac{b}{a} = -\frac{3}{-1} = 3$$
a est négatif.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	