❄ Chapitre 6 ❄

Généralités sur les fonctions

Objectif du chapitre :

- Reconnaître une fonction définie par un processus, une courbe, un tableau de valeurs.
- Déterminer l'image (ou un antécédent) d'un nombre par une fonction connue grâce à son expressions littérale, sa courbe représentative ou son tableau de valeurs

I. Les fonctions en classe de troisième

Définition 1:

Définir une **fonction** sur une partie D de l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, c'est associer à tout nombre x de D un unique nombre réel y.
On note $f : x \mapsto y$ ou $y = f(x)$
On dit que x est la **variable**.

Remarque :

Une fonction f définie sur D peut être donnée de trois façons : par une **formule** ou une **expression algébrique**, par une **courbe représentative** ou encore par un **tableau de valeurs**.

II. Vocabulaire

Définition 2:

Une **fonction** est un procédé qui à un nombre x appartenant à un ensemble $\mathcal{D}$ associe un nombre y.
On dit que y est l'**image** de x par la fonction f
On dit que x est un **antécédent** de y par la fonction f.

Remarque :

Pour toute fonction f, un nombre x a une et une seule image par f.
Par contre, chaque nombre y peut avoir plusieurs antécédents, ou ne pas avoir d'antécédents.

Exemple 1:

Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 + 3$.

- L'image de 5 est $g(5) = 5^2 + 3 = 28$,
- Les antécédents de 7 vérifient $g(x) = 7$ c'est à dire $x^2 + 3 = 7$ soit $x = -2$ ou $x = 2$,
- Il n'y a pas d'antécédent de 1 car l'équation $g(x) = 1$ n'a pas de solution : $x^2 + 3 = 1 \Longleftrightarrow x^2 = -2$.

Définition 3:

Pour une fonction f donnée, l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image calculable par cette fonction est appelé **ensemble de définition** de la fonction f, que l'on notera $\mathcal{D}_f$.

Graphiquement, l'ensemble de définition est l'intervalle sur lequel la courbe existe.

Exemple 2:

La fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{2x-4}$ a pour ensemble de définition $]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$.

- En effet, l'expression $\dfrac{1}{2x-4}$ n'a de sens que pour les valeurs de x telles que $2x - 4 \neq 0$ (car le dénominateur d'une fraction ne peut être égal à 0), c'est-à-dire pour $x \neq 2$,
- On dira aussi que 2 est une **valeur interdite** pour la fonction f.

III. Tableau de valeurs

Pour une fonction f donnée, on peut établir un tableau de valeurs. Dans ce tableau, la première ligne contient des nombres réels x, et la seconde ligne contient leurs images respectives y.

Exemple 3:

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x + \dfrac{2}{x}$, on obtient le tableau suivant (grâce par exemple à une calculatrice) :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$-4,7$	$-3,7$	-3	-3		3	3	$3,7$

On remarque que dans la ligne des « y », certaines cases peuvent rester vides. En effet, certaines fonctions n'ont pas d'image pour des valeurs de « x »

IV. Courbe représentative

Définition 4:

Dans un repère $(O; I; J)$, l'ensemble des points M de coordonnées $\big(x; f(x)\big)$ forme la **courbe représentative de la fonction** f, souvent notée $\mathscr{C}_f$.

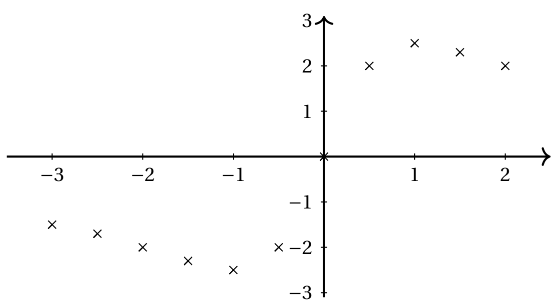
Méthode 1 : *Construction d'une courbe représentative*

On souhaite tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-3;2]$ par : $f(x) = \dfrac{5x}{x^2+1}$.

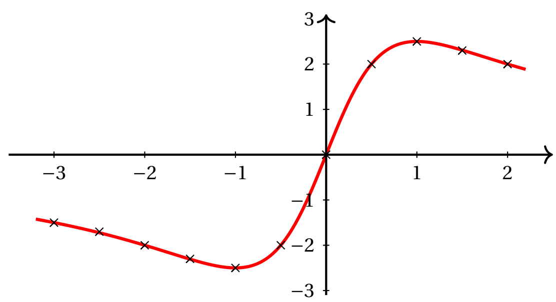
1. On commence par compléter un tableau de valeurs :

x	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2
$f(x)$	$-1,5$	$-1,7$	-2	$-2,3$	$-2,5$	-2	0	2	$2,5$	$2,3$	2

2. Puis on place les points $M\big(x; f(x)\big)$ dans le repère ci-dessous :



3. On trace la courbe représentative « à main levée »

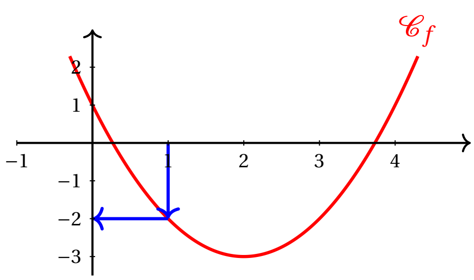


Remarque :

Le point de coordonnées $(10; 0.5)$ n'est pas sur la courbe représentative de la fonction f car $f(10) = 0,495 \neq 0,5$.

Méthode 2 : *Méthode pour lire une image ou un antécédent à partir d'une courbe*

Lire l'image d'un nombre :



Trouver l'(les)antécédent(s) d'un nombre