❉ Chapitre 2 ❉

Généralités sur les vecteurs

Objectif du chapitre :

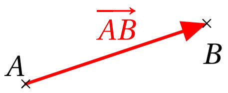
- Construire l'image d'une figure par une translation.
- Construire le représentant d'un vecteur défini par une translation, une somme de vecteurs.
- Utiliser la relation de Chasles.

I. Notion de vecteur

1. Vecteur et translation

Définition 1:

Soient A et B deux points du plan.
La translation qui transforme A en B est appelée translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour direction celle de la droite (AB), pour sens celui de A vers B et pour longueur(ou norme) la longueur AB.
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est représenté par une flèche.



Remarque :
Il ne faut pas confondre direction et sens. La droite (AB) définit une direction qui possède deux sens : de A vers B ou de B vers A.

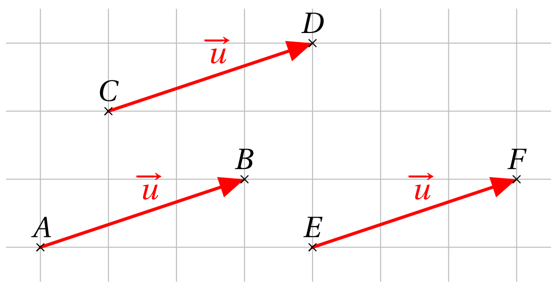
2. Représentants d'un même vecteur

Il existe une infinité de vecteurs égaux à un vecteur donné.

La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme C en D et E en F. On a donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$.

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont des représentants d'un même vecteur que l'on peut appeler par une seule lettre, le plus souvent $\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{v}$.

$\overrightarrow{AB}$ est le représentant d'origine A du vecteur $\overrightarrow{u}$. Son extrémité est B.



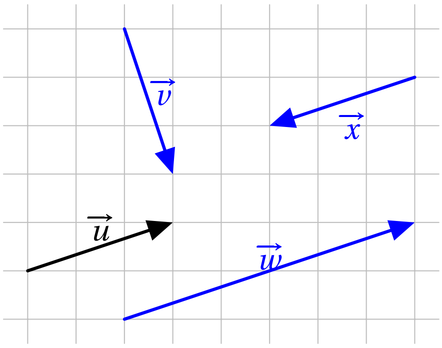
II. Calcul vectoriel

1. Égalité de vecteurs

Définition 2:

Deux vecteurs AB et DC sont **égaux** si et seulement si le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme (éventuellement aplati). On note alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Aucun des vecteurs ci-contre ne sont égaux deux à deux.



Propriété 1 :

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont deux vecteurs égaux si et seulement si :

- $AB = CD$ (les vecteurs ont la même normes)
- (AB) et (CD) sont parallèles (les vecteurs ont la même direction)
- On se déplace de A vers B comme de C vers D (les vecteurs ont le même sens)

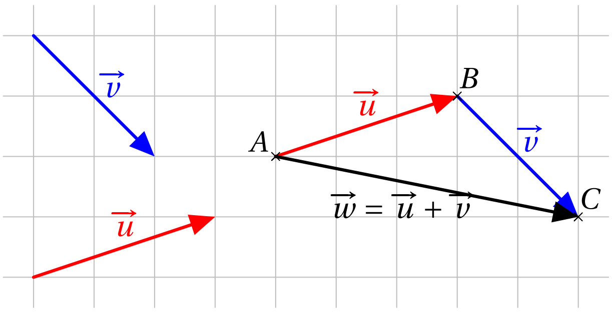
Remarque :

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$ si et seulement si $A = B$,
- Si on fixe un point O, alors pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$, il existe un unique point M vérifiant $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{OM}$.

2. Somme de deux vecteurs

Définition 3:

Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs, on définit le vecteur $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ de la façon suivante :
Soit A un point du plan, on trace le représentant de $\overrightarrow{u}$ d'origine A : il a pour extrémité B,
puis on trace le représentant de $\overrightarrow{v}$ d'origine B : il a pour extrémité C.
Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est un représentant du vecteur $\overrightarrow{w}$.



Propriété 2 : *Relation de Chasles*

Pour tous points A, B et C du plan, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Propriété 3 :

Quels que soient les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ du plan, on a :

- $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v} + \overrightarrow{u}$,
- $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w})$,
- $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{u}$.