

* Chapitre 11 *

Étude qualitative de fonctions

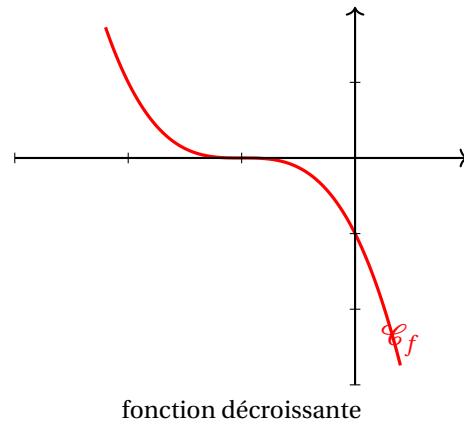
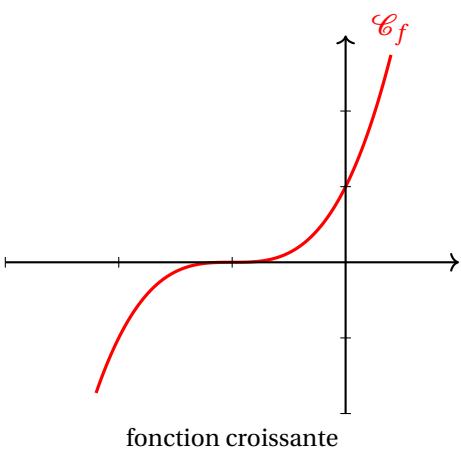
Objectif du chapitre :

- Déterminer, à partir de la courbe représentative, le sens de variation de la fonction et le tableau de variation de la fonction.
- A partir du tableaux de variation, comparer deux images par une fonction et déterminer les extrema d'une fonction.

I. Sens de variation

Définition 1:

- On dit que la fonction f est **croissante** sur un intervalle I si quels que soient les réels a et b dans I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
Autrement dit, les images de a et de b sont rangées dans le même ordre que a et b .
- On dit que la fonction f est **décroissante** sur un intervalle I si quels que soient les réels a et b dans I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$.
Autrement dit, les images de a et de b sont rangées dans l'ordre inverse de a et b .

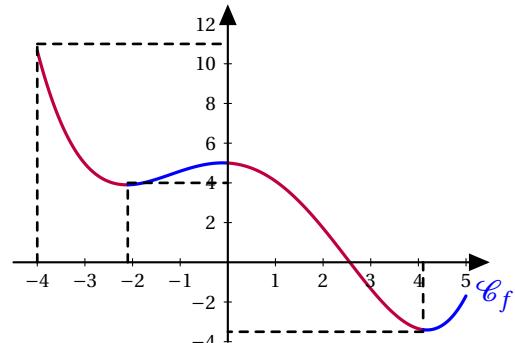


Donner les variations d'une fonction signifie préciser sur quels intervalles la fonction est croissante, puis sur quels intervalles la fonction est décroissante.

Exemple 1:

Dans cet exemple, on se contente de décrire graphiquement ce que l'on observe sans rien démontrer formellement.

- Graphiquement, cette fonction semble **décroissante** sur $[-4; -2, 1]$, **croissante** sur $[-2, 1; 0]$, **décroissante** sur $[0; 4, 1]$, **puis croissante** $[4, 1; 5]$.
- Ou encore : f semble croissante sur $[-2, 1; 0]$ et sur $[4, 1; 5]$, décroissante sur $[-4; -2, 1]$ et sur $[0; 4, 1]$.



II. Tableau de variation

Le **tableau de variation** d'une fonction est un tableau synthétique regroupant les informations concernant les variations de la fonction.

Exemple 2:

Le tableau de variation de la fonction f est :

x	-4	-2.1	0	4.1	5
f	11		5		-2
		4		-3.7	

III. Extremum

Définition 2:

On dit que la fonction f admet un **minimum** m sur un intervalle I , atteint en x_0 si, quel que soit le réel x dans I , on a $f(x) \geq f(x_0) = m$.

Définition 3:

On dit que la fonction f admet un **maximum** M sur un intervalle I , atteint en x_0 si, quel que soit le réel x dans I , on a $f(x) \leq f(x_0) = M$.

Exemple 3:

- Le maximum de f sur $[-4; 5]$ est $M = 11$, atteint pour $x = -4$.
- Le minimum de f sur $[-4; 5]$ est $m = -3,5$, atteint pour $x = 4,1$.

Remarque :

La valeur d'un extremum dépend de l'intervalle!

Par exemple, le maximum de f sur $[-2; 4]$ est $M = 5$, atteint pour $x = 0$.

IV. Tableau de signes

On réunit au sein d'un tableau appelé **tableau de signes** les informations concernant le signe de la fonction f , c'est à dire sa position par rapport à l'axe des abscisses

Exemple 4:

Le tableau de signe de la fonction f est :

x	-4	2.5	5		
$f(x)$...	+	0	-	...
