

Dénombrement et combinatoire

Déterminer des ensembles

Exercice 1 On considère les deux ensembles suivants : $M = \{m; a; g; n; r; d\}$ et $S = \{s; e; a; m; t; h\}$.
Déterminer les ensembles $M \cup S$ et $M \cap S$

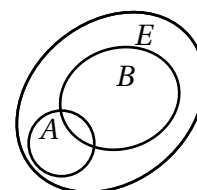
Exercice 2 On considère l'ensemble C des chiffres de 0 à 9 et l'ensemble L composé des deux lettres m et s .

1. Déterminer tous les sous-ensembles de C comportant 2 éléments.
2. Déterminer l'ensemble $C \times L$.

Utiliser un diagramme

Exercice 3 Dans un ensemble E , on considère les deux parties A et B incluses dans E .

1. Colorier les éléments de E qui appartiennent à A mais pas B .
2. Colorier les éléments de E qui appartiennent à B mais pas A .
3. Colorier les éléments de E qui n'appartiennent pas à A .



Exercice 4 Dans un tournoi de bridge comportant 320 paires de joueurs, 90 paires sont composées uniquement d'hommes et 60 paires uniquement de femmes.

1. Représenter la situation par un diagramme.
2. Déterminer le nombre de paires composées d'un joueur et d'une joueuse.
3. Compléter le diagramme pour vérifier la cohérence des résultats.

Tirages successifs avec remise

Exercice 5 Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles. Combien y a-t-il de façon de répondre à ce QCM?

Exercice 6 En 1961, Raymond Queneau a écrit une œuvre majeure de la littérature combinatoire intitulée « Cent mille milliard de poèmes ». L'ouvrage est composé de 10 pages découpées horizontalement. Chaque page est ainsi formée de 14 bandes de papier contenant chacune 14 vers. Le lecteur peut ainsi composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages, et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage.

Exercice 7 En informatique, on utilise un système binaire pour coder les caractères. un bit (*binary digit*) est un élément qui prend la valeur 0 ou 1. Un octet est composé de 8 bits. Combien de caractères un octet peut-il coder?

Exercice 8 Combien de numéros de téléphone à 10 chiffres peut-on former?

Tirages successifs sans remise

Exercice 9 Cinq élèves se mettent en rang. Combien de manières y a-t-il de les disposer les uns derrière les autres?

Exercice 10 Combien d'anagrammes du mot MATH existe-t-il?

Exercice 11 Combien y a-t-il de nombres de trois chiffres dans lesquels un chiffre est répété deux fois?

Exercice 12 Dans une course de chevaux de 23 partants, combien d'arrivées possibles y a-t-il : au tiercé dans l'ordre? au quinté dans l'ordre?

Exercice 13 Un jeu fonctionne de la manière suivante : on creuse six trous, on attribue la valeur 500 à l'un d'entre eux, à deux autres la valeur 200 et aux trois derniers la valeur 100. On prend trois boules de couleurs différentes et on vise les trous. Chaque boule peut ou non tomber dans un trou (il ne peut pas y avoir plus d'un boule dans un trou). Quand on a lancé les trois boules, on totalise les points obtenus.

1. Quels sont les résultats possibles ?
2. Déterminer de combien de façons différentes on peut obtenir chacun des résultats.

Représentations

Exercice 14 Une usine fabrique des skis de pistes. Sur les 1000 paires de skis fabriquées, 150 présentent un défaut de carre et 40 présentent un défaut de fixation. De plus, le sérieux de l'usine montre qu'en général 820 paires n'ont aucun des deux défauts.

1. Compléter le tableau ci-dessous.

	Défaut de carre	Pas de défaut de carre	Total
Défaut de fixation			
Pas de défaut de fixation			
Total			

2. En déduire le nombre de paires de skis qui ne présentant qu'un seul et unique défaut.
3. En déduire le nombre de paires de skis présentant les deux défauts.

Exercice 15 Dans une urne, on a placé des jetons avec lettres suivantes : S, E, A, M, T et H. On tire un jeton de l'urne et on note la lettre obtenue, puis on en tire un deuxième et on place la lettre à droite de la première, et on recommence une troisième fois de la même façon.

1. Représenter la situation par un arbre
2. Combien de mots de 3 lettres ayant un sens ou nom peut-on ainsi former ?
3. Combien de mots de comportant que des consonnes peut-on former ?

Exercice 16 Dans un club de natation, les nageurs sont le choix entre trois nages : le crawl, la brasse ou le dos, mais ne peuvent en pratiquer qu'une seule.

Parmi les 250 membres du club, il y a 160 filles et le reste de garçons. 60 filles préfèrent nager le dos, alors que, parmi les garçons, 10 préfèrent la brasse et 70 le crawl. Le crawl est la nage préférée par 120 nageurs (ou nageuses) du club.


1. Compléter le tableau ci-dessous.

	Crawl	Brasse	Dos	Total
Filles				
Garçons				
Total				

2. Combien de filles du club nagent la brasse ?


Exercice 17 On jette un dé à six faces, trois fois de suite et on note successivement les chiffres obtenus sur la face supérieure.

1. Représenter la situation par un arbre
2. Combien de résultats possibles y a-t-il ?
3. Combien de résultats y a-t-il comportant trois chiffres identiques ?
4. Combien de résultats y a-t-il comportant trois chiffres distincts deux à deux ?
5. Combien de résultats y a-t-il comportant exactement deux chiffres identiques ?


 **Exercice 18** Un quartier résidentiel vient de sortir de terre et il comporte 335 appartements. Parmi ceux ci, on compte 155 appartements qui comportent une cave dont 55 comportent également un garage. 20 appartements seulement ne comportent ni cave, ni garage.

1. Représenter la situation par un diagramme
2. Combien de résultats possibles y a-t-il?
3. Combien d'appartement comportent un garage mais pas de cave?
4. Combien d'appartement comportent une cave ou un garage?


Tirages simultanés

 **Exercice 19** On cherche à constituer un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes.


1. Combien y a-t-il de façon de constituer ce groupe?
2. Combien y en a-t-il ne comportant que des hommes?
3. Combien y en a-t-il ne comportant que des personnes de même sexe?
4. Combien y en a-t-il comportant au moins une femme et au moins un homme?

 **Exercice 20** Yann et Assia font partie d'un club d'échecs de 20 personnes. on doit former un groupe de 6 d'entre elles pour représenter le club lors d'un tournoi.

1. Combien de groupe de 6 personnes peut-on constituer?
2. Dans combien de groupe peut figurer Yann?
3. Yann et Assia ne pouvant pas être ensemble, combien de groupe peut-on alors former?


 **Exercice 21** Lors d'une compétition de jeux vidéo en ligne, on compte 12 joueurs professionnels parmi les 30 participants. On désire réaliser un sondage sur les habitudes de jeux : pour cela on choisit un échantillon de 4 personne parmi les participants.

1. Combien d'échantillons différents y a-t-il?
2. Combien d'échantillons y a-t-il ne contenant aucun joueur professionnel?
3. Combien d'échantillons y a-t-il contenant au moins un joueur professionnel?


 **Exercice 22** Au jeu du 421, on jette trois dés simultanément. Le but est de réaliser des combinaisons qui rapportent un certain nombre de points.

1. De combien de façons peut-on obtenir le plus grand score avec un 421?
2. De combien de façons peut-on obtenir le plus petit score de 221, appelé « nénette »?
3. De combien de façons peut-on obtenir un brelan, ou les trois dés sont identiques?

Utiliser les dénombrements

 **Exercice 23** On dispose de huit boules dans un sac : trois noires, deux rouges et trois vertes.


1. On tire simultanément trois boules du sac.
 - a. Combien de tirages possibles existe-t-il?
 - b. Combien de tirages comportent exactement deux boules noires?
 - c. Combien de tirages comportent au moins une boule noire?
2. On tire simultanément deux boules du sac. Combien de tirages comportent deux boules de la même couleur?


 **Exercice 24** On a placé dans une urne opaque cinq jetons noirs, trois jetons blancs et un jeton rouge, indiscernable au toucher.

1. On tire un jeton de l'urne, on le remet et on en tire un second.
 - a. Combien de tirages possibles existe-t-il?
 - b. Combien de tirages comportent le jeton rouge?
 - c. Combien de tirages ne comportent que des jetons blancs?
2. On tire un jeton de l'urne, puis un second sans remettre le premier.
 - a. Combien de tirages possibles existe-t-il?


- b.** Combien de tirages comportent le jeton rouge?
 - c.** Combien de tirages ne comportent que des jetons blancs?
- 3.** On tire deux jetons simultanément dans l'urne.
 - a.** Combien de tirages possibles existe-t-il?
 - b.** Combien de tirages comportent le jeton rouge?
 - c.** Combien de tirages ne comportent que des jetons blancs?

Dénombrer dans différents cas


 **Exercice 25** Sept équipes s'affrontent lors d'un tournoi sportif. Chaque équipe doit rencontrer une fois et une seule fois toutes les autres. Combien de matchs doit-on organiser?

 **Exercice 26** Le jeu de Master Mind se joue à deux joueurs. L'un dispose cinq pions dans cinq trous, les pions étant choisis parmi 8 couleurs. L'autre joueur doit deviner la disposition choisie par l'autre.


- 1.** Combien de disposition peut-on constituer?
- 2.** Le constructeur annonce 59049 combinaisons possibles. Vérifier qu'en autorisant les trous vides, cette annonce est correcte.

 **Exercice 27** Un candidat a un examen connaît quatre questions d'histoire sur les dix possibles et sept de géographie sur les onze possibles. un examinateur lui pose une question d'histoire et une question de géographie.


- 1.** Combien de choix possibles a-t-il?
- 2.** Dans combien de cas le candidat connaît-il les deux questions?
- 3.** Dans combien de cas le candidat connaît-il seulement la questions d'histoire?
- 4.** Dans combien de cas le candidat connaît-il seulement la questions de géographie?
- 5.** Dans combien de cas le candidat connaît-il aucune des deux questions?

 **Exercice 28** Au poker, on distribue des mains de 5 cartes. Combien y a-t-il de main contenant :

- 1.** un carré? **2.** une paire? **3.** un full? **4.** deux paires distinctes? **5.** un brelan?

 **Exercice 29** Une pension animalière a recensé ses 2000 clients selon qu'ils possèdent des chiens et/ou des chats. 300 possèdent des deux espèces, 1160 ont un chien et 840 n'en ont pas.


- 1.** Représenter les données par un diagramme.
- 2.** Combien de clients ont un chien mais pas de chat?
- 3.** Combien de clients ont un chat mais pas de chien?

 **Exercice 30** On considère un entier naturel p .


- 1.** Combien de nombres entiers inférieurs à 10^p existe-t-il?
- 2.** Parmi ces nombres, combien sont tels que la somme de leurs chiffres vaut exactement 3?

 **Exercice 31** *Nombres à dix chiffres*

- 1.** Combien de nombres entiers y a-t-il comportant exactement 10 chiffres?
- 2.** Combien de nombres entiers y a-t-il comportant exactement 10 chiffres tous différents?
- 3.** Combien de nombres entiers de 10 chiffres y a-t-il tels que deux chiffres consécutifs ne soient pas de même parité?

 **Exercice 32** Trouver l'entier n vérifiant la condition donnée dans chacun des cas suivants.

- 1.** $\binom{n}{2} = 36$
- 2.** $3 \times \binom{n}{4} = 14 \times \binom{n}{2}$

 **Exercice 33** Dans un bouchon Chez Bastien, trois collègues souhaitent se partager sept douzaines d'huitres pour les fêtes.

Combien de répartitions possibles des huitres y a-t-il sachant que chacun des amis doit en avoir au moins une?